

第五章 过程能力分析

在过程质量分析与控制中,计算与分析过程能力指数是一项非常重要的工作,许多企业都定期在企业内部各主要过程上计算过程能力指数。通过过程能力分析,可以发现过程的质量瓶颈和过程中存在的问题,从而进一步明确质量改进的方向。实践中一般采用 C_p 和 C_{pk} 两个指数来衡量质量特征值为计量值的过程能力。也有一些学者提出了其他的過程能力指数,如基于田口质量损失函数的过程能力指数 C_{pm} ; 还有一些过程能力指数太复杂,没有太大的应用价值。多变异分析是用来分析过程质量特征值变异规律的一个重要方法,通过多变异分析,可为过程能力分析确定合理的抽样方案,对过程质量分析和控制起着重要的作用。本章将主要介绍 C_p 和 C_{pk} 的基本概念和计算,给出过程能力分析的流程,简要介绍属性值的过程能力分析。另外,针对目前在过程能力计算与分析中出现的问题,提出了如何合理地进行抽样、样本数据的正态性检验、稳定性检验、数据独立性以及对超常值数据的处理方法。

第一节 过程能力分析的基本概念

一、过程能力和过程变异

产品的制造过程能力是指过程处于受控状态或稳定状态下在加工精度方面的实际能力,过程能力体现了过程稳定地实现加工质量的范围。但任何过程客观上都会存在变异,显然,过程的变异是衡量过程质量特征值一致性的指标。产生过程变异的主要因素有6个,即5M1E。5M1E导致的变异有两种:随机性变异和系统性变异。随机性变异引起产品质量的正常波动,系统性变异引起产品质量的异常波动。通常情况下,受控过程仅受随机性因素的影响,因此,过程质量特征值服从正态分布

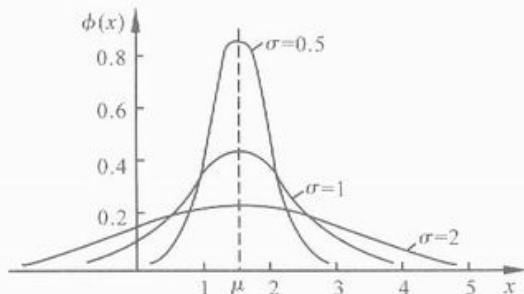


图 5-1 标准差 σ 对正态分布曲线的影响



全国Mini-MBA职业经理双证班



精品课程 权威双证 全国招生 请速充电

你可能准备跳槽或者求职, 却为缺少行业经验和专业证书而被用人单位百般挑惕!

你可能目前衣食无忧, 但随着年龄的增长和社会竞争压力的增大, 因为得不到专业的全新培训而失去竞争的机会和面临被淘汰的危机。

美华教育携手中国经济管理大学面向全国举办迷你 MBA 职业经理双证书班, 毕业颁发双证书。

招生专业及其颁发证书

认证项目	颁发双证	学费
全国《职业经理》MBA 高等教育双证书班	高级职业经理资格证书+2 年制 MBA 高等教育研修结业证书	1280 元
全国《人力资源总监》MBA 双证书班	高级人力资源总监职业经理资格证书+2 年制 MBA 高等教育研修证书	1280 元
全国《生产经理》MBA 高等教育双证班	高级生产管理职业经理资格证书+2 年制 MBA 高等教育研修结业证书	1280 元
全国《品质经理》MBA 高等教育双证班	高级品质管理职业经理资格证书+2 年制 MBA 高等教育研修结业证书	1280 元
全国《营销经理》MBA 高等教育双证班	高级营销经理资格证书+2 年制 MBA 高等教育研修结业证书	1280 元
全国《物流经理》MBA 高等教育双证班	高级物流管理职业经理资格证书+2 年制 MBA 高等教育结业证书	1280 元
全国《项目经理》MBA 高等教育双证班	高级项目管理职业经理资格证书+2 年制 MBA 高等教育研修结业证书	1280 元
全国《市场总监》MBA 高等教育双证书班	高级市场总监职业经理资格证书+2 年制 MBA 高等教育研修结业证书	1280 元
全国《酒店经理》MBA 高等教育双证班	高级酒店管理职业经理资格证书+2 年制 MBA 高等教育研修结业证书	1280 元
全国《企业培训师》MBA 高等教育双证班	企业培训师高级资格认证毕业证书+2 年制 MBA 高等教育研修证书	1280 元
全国《财务总监》MBA 高等教育双证班	高级财务总监职业经理资格证书+2 年制 MBA 高等教育研修结业证书	1280 元
全国《营销策划师》MBA 双证书班	高级营销策划师高级资格认证证书+2 年制 MBA 高等教育研修证书	1280 元
全国《企业总经理》MBA 高等教育双证班	全国企业总经理高级资格证书+2 年制 MBA 高等教育研修结业证书	1280 元
全国《行政总监》MBA 高等教育双证班	高级行政总监职业经理资格证书+2 年制 MBA 高等教育结业证书	1280 元
全国《采购经理》MBA 高等教育双证班	高级采购管理职业经理资格证书+2 年制 MBA 高等教育结业证书	1280 元
全国《医院管理》MBA 高等教育双证班	高级医院管理职业经理资格证书+2 年制 MBA 高等教育结业证书	1280 元
全国《企业管理咨询师》MBA 双证班	高级企业管理咨询师资格证书+2 年制 MBA 高等教育结业证书	1280 元



【授课方式】 全国招生、函授学习、权威双证

我校采用国际通用3结合的先进教育方式授课（远程函授+教学电子光盘自修+网络学院持续视频学习）



【颁发证书】 学员毕业后可以获取权威双证书与全套学员学籍档案

- 1、毕业后可以获取相应专业钢印《高级职业经理资格证书》;
- 2、毕业后可以获取2年制的《MBA研究生课程高等教育研修结业证书》;



【证书说明】

1. 证书加盖中国经济管理大学钢印和公章（学校官方网站电子注册查询、随证书带整套学籍档案）;
2. 毕业获取的证书与面授学员完全一致，无“函授”字样，与面授学员享有同等待遇，证书是学员求职、提干、晋级的有效证明；。



【学习期限】 3个月（允许有工作经验学员提前毕业，毕业获取证书后学校仍持续辅导2年）



【收费标准】 全部费用1280元（含教材光盘、认证辅导、注册证书、学籍注册等全部费用）

函授学习为你节省了大量的宝贵的学习时间以及昂贵的MBA导师的面授费用，是经理人首选的学习方式。



【招生对象】

- 1、对管理知识感兴趣，具有简单电脑操作能力（有2年以上相应工作经验者可以申请提前毕业）。
- 2、年龄在20—55岁之间的各界管理知识需求者均可报名学习。



【教程特点】

- 1、完全实战教材，注重企业实战管理方法与中国管理背景完美融合，关注学员实际执行能力的培养；
- 2、对学员采用1对1顾问式教学指导，确保学员顺利完成学业、胸有成竹的走向领导岗位；
- 3、互动学习（专家、顾问24小时接受在线咨询，第一时间回答学员的提问和咨询）



【考试说明】

1. 卷面考核：毕业试卷是一套完整的情景模拟试卷（与工作相关联的基础问卷）
2. 论文考核：毕业需要提交2000字的论文（学员不需要参加毕业论文答辩但论文中必修体现出5点独特的企业管理心得）
3. 综合心理测评等问卷。



【颁证单位】

中国经济管理大学经中华人民共和国香港特别行政区批准注册成立。目前中国经济管理大学课程涉及国际学位教育、国际职业教育等。学院教学方式灵活多样，注重人才的实际技能的培养，向学员传授先进的管理思想和实际工作技能，学院会永远遵循“科技兴国、严谨办学”的原则不断的向社会提供优秀的管理人才。



【承办单位】

美华管理人才学校是中国最早由教委批准成立的“工商管理MBA实战教育机构”之一，由资深MBA教育专家、教育协会常务理事徐传有教授担任学校理事长。迄今为止，已为社会培养各类“能力型”管理人才近10万余人，并为多家企业提供了整合策划和企业内训，连续13年被教委评选为《优秀成人教育学校》《甲级先进办学单位》。办学多年来，美华人独特的教学方法，先进的教学理念赢得了社会各界的高度赞誉和认可。



【咨询电话】13684609885 0451--88342620

【咨询教师】王海涛 郑毅

【学校网站】<http://www.mhjy.net>

【咨询邮箱】xchy007@163.com



【报名须知】

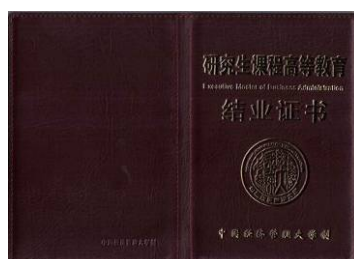
- 1、报名登记表格下载后详细填写并发送邮件至 xchy007@163.com (入学时不需要提交相片，毕业提交试卷同时邮寄4张2寸相片和一张身份证复印件即可)
- 2、交费后请及时电话通知招生办确认，以便于收费当日学校为你办理教材邮寄等入学手续。



【证书样本】(全国招生 函授学习 权威双证 请速充电)

(高级职业经理资格证书样本)

(两年制研究生课程高等教育结业证书样本)



【学费缴纳方式】可以选择以下任意一种方式缴纳学费

方式一	学校地址	邮寄地址：哈尔滨市道外区南马路 120 号职工大学 109 室 邮政编码：150020 收件人：王海涛
方式二	学校帐号	学校帐号：184080723702015 账号户名：哈尔滨市道外区美华管理人才学校 开户银行：哈尔滨银行龙江支行 支付系统行号：313261018018
方式三	交通银行 (太平洋卡)	帐号：40551220360141505 户名：王海涛 开户行：交通银行哈尔滨分行信用卡中心
方式四	邮政储蓄 (存折)	帐号：602610301201201234 户名：王海涛 开户行：哈尔滨道外储蓄中心
方式五	中国工商银行 (存折)	帐号：3500016701101298023 户名：王海涛 开户行：哈尔滨市道外区靖宇支行
方式六	建设银行帐户 (存折)	中国人民建设银行帐户(存折)： 1141449980130106399 用户名：王海涛
方式七	农业银行帐户 (卡号)	农业银行帐户(卡号)： 6228480170232416918 用户名：王海涛 农行卡开户银行：中国农业银行黑龙江分行营业部道外支行景阳支行

可以选择任意一种方式缴纳学费，建议使用第五种方式(中国工商银行，比较方便快捷)收到学费的当天，学校就会用邮政特快的方式为你邮寄教材和考试问卷。

<http://www.mhgy.net>

由概率理论可知,一个正态分布曲线可用两个参数表征,即均值 μ 和标准差 σ 。均值 μ 是个位置参数,它反映了正态分布曲线所处的位置;标准差 σ 是个形状参数,它反映了正态分布曲线形状的“高矮”和“胖瘦”(如图5-1)。 σ 越小则正态分布曲线就越“高”、越“瘦”,表明过程质量波动的范围就越小,过程能力就越强;反之, σ 越大则正态分布曲线就越“矮”、越“胖”,过程质量波动的范围就越大,过程能力就越弱。

二、过程能力分析的目的

研究过程的变异相对于公差的满足程度,称之为过程能力分析(Process Capability Analysis, PCA)。通过过程能力分析,可达到以下目的:

- 预测过程质量特征值的变异对公差的符合程度
- 帮助产品开发和过程开发者选择和设计产品/过程
- 对新设备的采购提出要求
- 为供应商评价和选择提供依据
- 为工艺规划制定提供依据
- 找出影响过程质量的瓶颈因素
- 减少制造过程的变异,从而进一步明确质量改进的方向

三、过程能力分析的流程

过程能力分析首先从确定关键质量特征值开始,确定其是否为计量值,若是,则按照计量值过程能力分析的步骤进行;若关键质量特征值是计数值,则按照计数值过程能力分析的步骤进行。为了便于实际应用,以下给出了过程能力分析的一般流程(图5-2)。

第二节 多变异分析

一、多变异分析的分类及分析方法

从统计质量管理的角度看,产品/过程质量的改进过程就是不断地发现产品/过程质量特征值的主要变异并逐步减少变异的过程,多变异分析(Multi-Vari Analysis, MVA)最早被称为多变异图,就是用来分析过程质量特征值变异规律的一个重要方法。

1. 多变异分析的分类

在进行过程能力分析时,要求所抽取的样本观测值满足两点要求:一是样本应能捕获主要的随机性变异现象,二是样本不应包括系统性变异。因此,一个合理的抽样方案不仅应包含主要的随机变异,而且在抽样以前应对变异



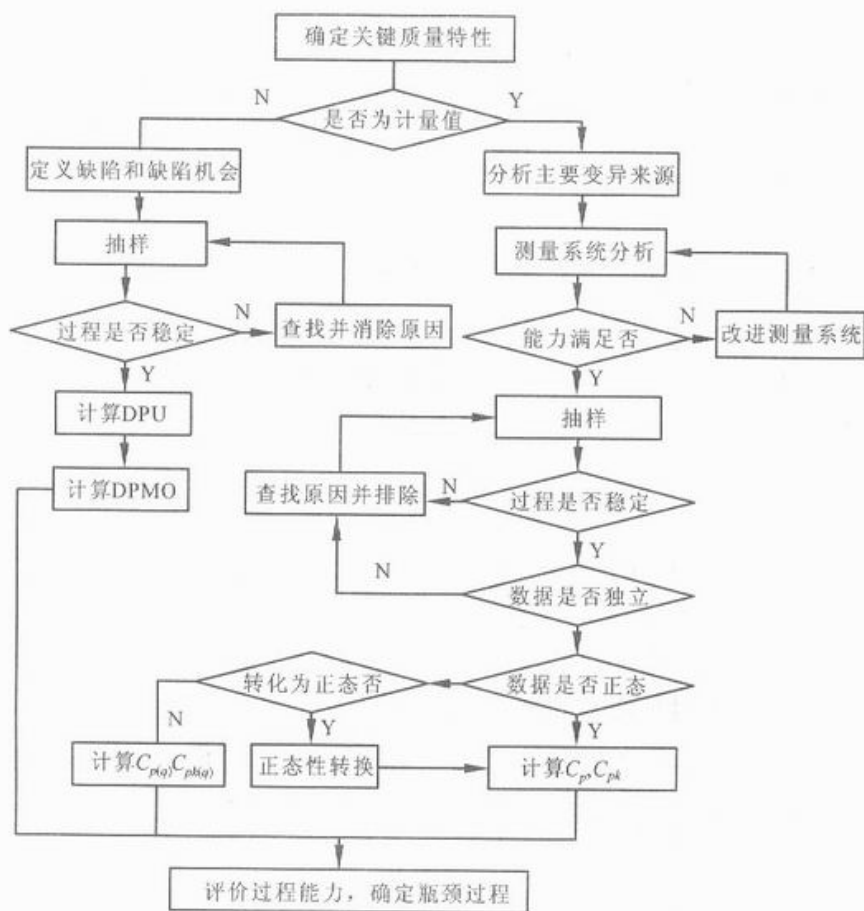


图 5-2 过程能力分析的流程图

的来源进行分析。多变异分析将过程质量特征值的变异分为以下三类：产品内的变异、产品间的变异和时间变异。产品内的变异是指生产出的单位产品，其质量特征值在不同位置上存在的差异。如加工一根轴，在测量它的直径时，分别测量其两端和中心 3 个点，其直径大小会有差异，这种变异称为产品内的变异。如果我们对每根轴都测 3 个点，取其平均值作为这根轴的计算直径，则从过程上连续抽两根轴，这两根轴的直径也会有差别，这种变异称为产品间的变异；在不同的时间点抽取样本，如在 8:00AM、10:00AM 和 12:00AM 3 个时间点分别抽取若干样本，观测其在不同时间点的变异，称之为时间变异。通过对 3 种变异的分析，可以发现哪种变异是显著的变异，从而为分析和控制变异指明了方向。

2. 多变异分析的方法

分析和度量 3 种变异的方法有两种，一是采用方差分析，因为多变异分析实际上是一种嵌套试验，可以采用嵌套试验方法中方差分析和方差估计的

方法确定3种变异的显著性；二是通过绘制多变异图来直观地分析3种变异的大小。根据方差分析表可以看出时间变异和产品间的变异相对于产品内的变异是否显著，进一步的方差分解，可估计出每种变异的方差，从而可分析出主要的变异来源，为改善质量或在过程控制中合理抽样指明方向。对于本问题，若要进一步定量分析每种变异的大小，可以基于方差分析计算出各个部分的方差分量，鉴于篇幅所限，本文不作详细讨论。

下面通过一个例子来说明多变异分析方法。

例5-1 某过程加工某种轴，其直径要求为 $\Phi 20^{+0.2}_{-0.2}$ ，设计如下抽样计划，在8:00AM、9:00AM、10:00AM、11:00AM分别连续抽取5根轴，每根轴测其两端和中间，得3个观测值（表5-1）。试画出多变异图并进行分析。

表5-1 多变异分析数据表

时间	8:00AM			9:00AM			10:00AM			11:00AM		
位置	左	中	右	左	中	右	左	中	右	左	中	右
1	20.09	20.00	20.02	19.96	20.02	19.98	19.97	19.97	19.98	19.98	20.04	19.95
2	19.95	20.11	19.97	19.93	20.02	20.07	20.00	20.05	19.94	20.06	19.96	20.02
3	20.03	20.00	19.97	20.07	19.98	20.08	20.06	19.98	20.05	20.00	19.94	20.01
4	20.00	19.96	19.99	19.95	19.95	20.05	19.99	19.93	19.88	19.96	20.00	19.96
5	20.03	19.96	19.96	20.02	20.00	20.06	19.98	20.03	20.02	20.04	20.00	20.10

根据上述数据绘制出多变异图，结果见图5-3。

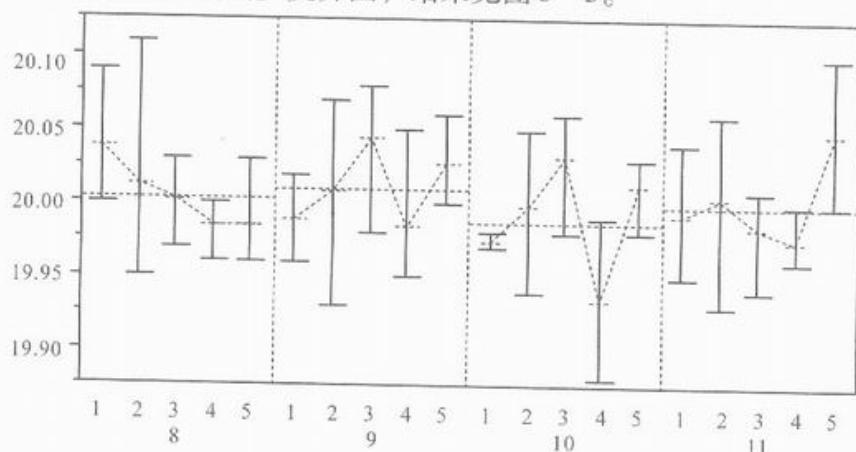


图5-3 分析主要变异来源的多变异图

在多变异分析图5-2中，8，9，10和11指的是8:00AM，9:00AM，10:00AM，11:00AM 4个时刻，5根轴分别用1、2、3、4、5表示，图中的竖线表示的是在每个时刻测量每个轴的左、中、右位置的最小值和最大值的范围，





折线连接的点是每个轴在每个时刻测量 3 个位置的均值。从图 5-2 中可以看出,产品内部的变异是主要的变异来源,时间变异和产品间的变异相对于产品内部的位置变异都不是显著的。如果要对该道过程进行过程能力分析或绘制控制图,在设计抽样方案时,应注意一根轴上多选几个测量点才能捕获来自产品内的变异。如果对该道过程实施控制,由于时间变异很小,抽样间隔可以适当延长。

另外,一旦确定了主要变异来源,也为进一步寻找影响变异的原因指明了方向。上例中一根轴不同测量点直径波动很大,很可能是由于加工过程中走刀量不稳定、系统的刚度、机床的精度等原因引起的,如果能消除这些问题,则可大大提高加工精度。

二、多变异分析对过程质量分析和过程控制的意义

通过设计多变异分析试验,收集数据,并进行方差分析和方差估计,可以清楚地了解过程质量变异的主要来源,为改善过程质量或在过程控制中合理抽样指明了方向。这一方法对过程质量分析和控制的意义体现在以下几个方面:

(1) 进行过程能力分析时。若产品质量特征值存在上述三种变异,应根据多变异分析结果确定合理的抽样方案(本章第四节详细介绍)。对于短期过程能力分析,一般要求样本数据应包含产品内变异和产品间变异。在长期过程能力分析时,还应考虑时间变异。

(2) 进行过程控制时。首先在选择和设计控制图之前应进行多变异分析,明确变异来源,才能选择适宜的控制图和设计合理的抽样方案。

(3) 进行实验设计时。实验设计的目标往往是为了减少变异,在产品质量特征值存在多变异的情形下,也应事先进行多变异分析找出变异的来源,确定采用重复试验或仿行试验,以及试验数据的测量方法等,从而为安排合理的试验设计方案提供依据。

第三节 计量值过程能力计算

一、过程能力指数 C_p

如前所述,由于标准差 σ 能反映过程能力的强弱,因此实践中对计量型质量特征值,人们常用 σ 作为基础来表征过程能力。通常,人们使用 $\pm 3\sigma$ 表示过程能力,即 $B=6\sigma$ 。当过程处于受控状态时,质量特征值落在 $\mu \pm 3\sigma$ 的概率为 99.73%,这一范围基本上表征了过程质量特征值的正常波动范围(图 5-4)。

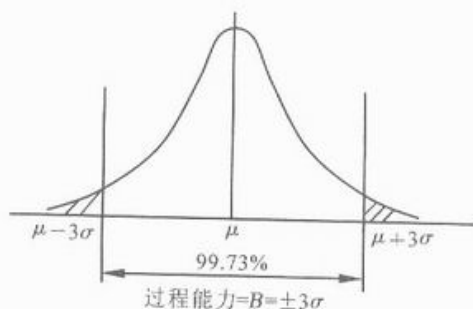


图 5-4 6σ 过程能力

实践中一般用过程能力指数 (Process Capability Index) 来衡量过程能力的相对大小。过程能力指数最早是由朱兰博士提出的, 他将公差范围与过程质量特征值的波动范围之比定义为过程能力指数, 用符号 C_p 表示。过程能力指数的计算必须满足以下三个条件:

- 过程处于受控状态, 即影响过程能力指数的因素只有随机性变异, 没有系统性变异
- 质量特征值是相互独立的
- 产品的质量特征值服从正态分布

过程能力指数 C_p 的计算公式

$$C_p = \frac{\text{公差范围}}{\text{过程能力}}$$

如果公差范围用 T 表示, 过程能力用 6σ 描述, 则过程能力指数的一般表达式为

$$C_p = \frac{T}{6\sigma} \quad (5-1)$$

当过程分布中心 μ 与公差中心 M 重合时 (图 5-5), 对于双侧规格情况, C_p 的计算公式为

$$C_p = \frac{T}{6\sigma} = \frac{T_U - T_L}{6\sigma} \quad (5-2)$$

式中 T_U ——公差上限; T_L ——公差下限。

实际上, σ 是未知参数, 一般用样本标准差 s 作为对 σ 的估计, 即

$$s = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n-1}}$$

式中 x_i ——第 i 个观测值; n ——样本容量。

这样, \hat{C}_p 的计算式为



$$\hat{C}_p = \frac{T_U - T_L}{6s} \quad (5-3)$$

从上式中可以看出, C_p 值与公差范围的大小成正比, 与标准差的大小成反比。

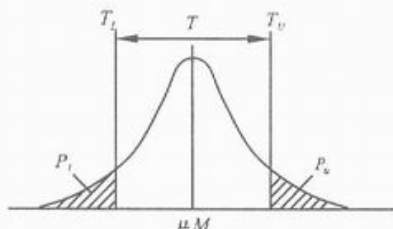


图 5-5 过程分布中心与公差中心重合的情况

对于单侧规格情况, 若只有公差上限要求而无限下要求, 则过程能力指数计算公式为

$$C_{pu} = \frac{T_U - \mu}{3\sigma} \quad (5-4)$$

若只有公差下限要求而无上限要求, 则过程能力指数计算公式为:

$$C_{pl} = \frac{\mu - T_L}{3\sigma} \quad (5-5)$$

例 5-2 某批零件轴径键槽的设计尺寸为 $10^{+0.03}_{-0.03}$ mm, 通过随机抽样检验, 经计算得知样本的均值与公差中心重合, $s = 0.01$, 求该过程的过程能力指数 C_p 。

解
$$\hat{C}_p = \frac{T}{6s} = \frac{T_U - T_L}{6s} = \frac{0.03 - (-0.03)}{6 \times 0.01} = 1$$

二、过程能力指数 C_{pk}

由式 5-2 不难看出, C_p 只是反映了过程的潜在能力, 有人也称其为理想的过程能力指数, 因为 C_p 的计算并未考虑均值的大小偏移, 同样的 C_p 值, 当均值发生偏移时, 即产品质量分布中心 μ 与公差中心 M 不重合时 (图 5-6), 过程的不良品率会迥然不同。为了弥补 C_p 的不足, 又引入另一个过程能力指数 C_{pk} , 其计算公式为

$$C_{pk} = \min\{C_{pu}, C_{pl}\} = \min\left\{\frac{T_U - \mu}{3\sigma}, \frac{\mu - T_L}{3\sigma}\right\} = \frac{T_U - T_L - 2\Delta}{6\sigma} = (1 - k)C_p \quad (5-6)$$

式中 $\Delta = |\mu - M| = \left|\mu - \frac{T_U + T_L}{2}\right|$ ——分布中心和公差中心的绝对偏移量;

μ ——实际过程分布中心; M ——公差中心, $M = (T_U + T_L) / 2$;



$k = \frac{2\Delta}{T_U - T_L}$ ——相对偏移系数。

这样, 若仅有公差上限要求而无下限要求时, $C_{pk} = C_{pu}$; 若只有公差下限要求而无上限要求时, $C_{pk} = C_{pl}$; 另外, 当 $\mu = M$ 时, $k = 0$, $C_{pk} = C_p$, 而当 $\mu = T_U$ 或 $\mu = T_L$ 时, $k = 1$, $C_{pk} = 0$ 。

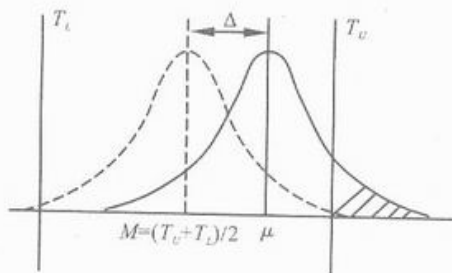


图 5-6 产品质量分布中心与公差中心不重合情况

这里 $C_{pk} = 0$ 表示过程能力由于过程发生漂移而严重不足, 需要采取措施加以纠正, 当 $\mu \neq M$ 时, $C_{pk} < C_p$ 。 C_{pk} 和 C_p 的差异反映了过程分布中心与公差中心偏离程度的大小。例如:

若 C_p 和 C_{pk} 都较小而两者差别不大时 如 $C_p = 0.70$, $C_{pk} = 0.67$, 说明过程能力严重不足, 过程的主要问题是 σ 太大, 改进过程应首先着眼于降低过程的波动。

若 C_p 较大, C_{pk} 很小时 如 $C_p = 1.50$, $C_{pk} = 0.67$, 则说明过程的主要问题是过程分布中心 μ 偏离 M 太多, 改进过程应首先移动 μ 使之更接近 M 。

若 C_p 和 C_{pk} 都较小而两者相差较大时 如 $C_p = 0.80$, $C_{pk} = 0.36$, 说明过程的 μ 和 σ 都有问题, 解决的办法通常是先移动 μ 使之更接近于 M , 然后设法降低过程的波动。

因此考虑问题时要同时考虑 C_p 和 C_{pk} 两个指数, 以便对整个过程的状况有较全面地了解。

例 5-3 某批零件孔径设计尺寸的上、下限分别为 $T_U = \phi 15.02$, $T_L = \phi 14.98$, 通过随机抽样检验并经过计算得知: $\mu = \phi 14.990$, $s = 0.005$, 求过程能力指数。

解
$$\hat{C}_p = \frac{T}{6s} = \frac{T_U - T_L}{6s} = \frac{0.04}{6 \times 0.005} = 1.33$$

$$M = (T_U + T_L) / 2 = (15.02 + 14.98) / 2 = 15$$

由于 $\mu = 14.990 \neq M$, 故公差中心与实际分布中心不重合。

$$\Delta = |\mu - M| = |14.990 - 15.00| = 0.01$$



$$\hat{C}_{pk} = \frac{T_U - T_L - 2\Delta}{6s} = \frac{15.02 - 14.98 - 2 \times 0.01}{6 \times 0.005} = 0.67$$

更为简便的方法是, 由于 $\mu = \phi 14.990 < M$, 过程分布左偏, 因此

$$C_{pk} = \min \{C_{pu}, C_{pl}\} = C_{pl} = \frac{14.99 - 14.98}{3 \times 0.005} = 0.67$$

三、短期过程能力指数 (C_p 和 C_{pk}) 和长期过程能力指数 (P_p 和 P_{pk})

在计算和分析过程能力时, 若按时间先后顺序抽取 k 个样本, 每个样本含量为 n , 由于对过程标准差的估计可以采用不同的方法, 如可根据每个样本的极差或标准差进行估计, 也可根据所有样本数据的标准差进行。前者没有考虑样本间的变异或时间变异, 一般称为短期过程能力指数 C_p 和 C_{pk} , 而将后者称为长期过程能力指数 P_p 和 P_{pk} 。

在计算 C_p 和 C_{pk} 时, 根据每一个样本计算极差, 若采用极差法估计标准差, 表达式如下所示

$$\hat{\sigma} = \frac{\bar{R}}{d_2}$$

这里, \bar{R} 是样本极差的均值, 而 d_2 则可以从常用的统计表查得, 它取决于子组样本含量。

P_p 和 P_{pk} 的公式和关系与 C_p 和 C_{pk} 类似。 P_p 和 P_{pk} 的公式如下

$$P_p = \frac{T_U - T_L}{6\sigma}$$

$$P_{pu} = \frac{T_U - \mu}{3\sigma}$$

$$P_{pl} = \frac{\mu - T_L}{3\sigma}$$

$$P_{pk} = \min \{P_{pu}, P_{pl}\}$$

但是 σ 的估计与 C_p 和 C_{pk} 不同, 一般在计算 P_p 和 P_{pk} 时是采用下式估计标准差 σ 的。

$$\hat{\sigma} = \frac{s_p}{c_4}$$

式中 $s_p = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n (x_{ij} - \bar{x})^2}{nm - 1}}$; x_{ij} ——第 i 个变量的第 j 个观测值; \bar{x} ——所有观测值的均值; m ——子组个数; n ——样本大小; c_4 的值可从统计表



查得。

四、田口过程能力指数 C_{pm}

C_{pk} 虽然考虑了过程分布中心对公差中心的偏移,但它没有考虑到过程分布中心 μ 与目标值 H 的偏移,或者说即使它考虑到了这种偏移也是建立在 $M=H$ 的假设之上的,即目标值处于公差中心。应当说这种假设是合理的,大多数产品的目标值都设在公差中心,这样做是为了使产品的质量特征值落在公差范围以外的概率最小,从而使产品的不合格率达到最低,但是也有相当产品的目标值并没有设在公差中心,这样做主要是考虑组装的便利或使上游工作不致给下游工作造成麻烦。例如,机械加工的钻孔直径的目标值一般接近公差下限而远离公差上限,道理很简单,在下道过程中如果发现钻孔偏小尚有扩大的余地,而一旦偏大则只能报废。因此 C_{pk} 在目标值有偏的情况下就无法反映过程均值与目标值的偏移量 $|\mu-H|$,得出的结论自然也就是无意义的。鉴于此,田口玄一在1985年提出了一个新的过程能力指数 C_{pm} ,其计算公式如下:

$$C_{pm} = \frac{T_U - T_L}{6 \sqrt{(\mu - H)^2 + \sigma^2}} \quad (5-7)$$

式中 H ——过程的目标值。

在这个公式中,当 $\mu=H$ 时, $C_{pm}=C_p$,因此 C_{pm} 可看作是 C_p 指数的推广。它考虑到了过程的 μ 与目标值之间的偏差,主要用于反映过程的期望损失,与田口的质量观一致,体现了田口的质量损失函数理念。

例5-4 若在例5-3中加入 $H=14.97$ 计算 C_{pm} 。

$$\text{解} \quad \hat{C}_{pm} = \frac{15.02 - 14.98}{6 \sqrt{(14.990 - 14.97)^2 + 0.005^2}} = 0.32$$

如果把目标值改为 $H=0.985$,计算 C_{pm} 。

$$\text{解} \quad \hat{C}_{pm} = \frac{15.02 - 14.98}{6 \sqrt{(14.990 - 14.985)^2 + 0.005^2}} = 0.94$$

而此时 C_p 和 C_{pk} 都不变,由此可见, C_{pm} 更为真实地反映了过程所处的客观状态,比 C_{pk} 更能敏感地反映过程的偏移。但是在实际应用中, C_{pm} 应用并不广泛,主要的一个问题就是 C_{pm} 不能和过程的缺陷率或不合格率直接联系起来。

五、过程能力指数与不合格品率的关系

当受控过程的质量特征值 y 服从正态分布 $N(\mu, \sigma^2)$ 时,其不合格品率为 P ,其计算公式为



$$P = P_L + P_U = P(y < T_L) + P(y > T_U) = \Phi\left(\frac{T_L - \mu}{\sigma}\right) + \left[1 - \Phi\left(\frac{T_U - \mu}{\sigma}\right)\right] \quad (5-8)$$

式中 Φ ——标准正态分布的概率分布函数。

如果过程分布中心 μ 位于公差中心 M 与公差上限 T_U 之间, 则

$$C_{pk} = C_{pu} = \frac{T_U - \mu}{3\sigma}$$

$$\text{另外} \quad \frac{T_L - \mu}{3\sigma} = \frac{(T_U - \mu) - (T_U - T_L)}{3\sigma} = C_{pk} - 2C_p$$

把以上两式代入式 (5-8) 可得

$$P = \Phi[3(C_{pk} - 2C_p)] + 1 - \Phi(3C_{pk}) = \Phi[-3(2C_p - C_{pk})] + \Phi[(-3C_{pk})] \quad (5-9)$$

如果过程分布中心 μ 位于公差下限 T_L 与公差中心 M 之间, 则同样也可得到 5-9 式, 它又可表达成

$$P = \Phi[-3(1+k)C_p] + \Phi[-3(1-k)C_p] \quad (5-10)$$

$$\text{当 } k=0 \text{ 时, } P = 2\Phi(-3C_p) = 2 - 2\Phi(3C_p) \quad (5-11)$$

例 5-5 求 $C_p=1.0$, $k=0.2$ 时的不合格品率 P 。

$$\begin{aligned} \text{解} \quad P &= \Phi[-3 \times (1+0.2) \times 1.0] + \Phi[-3 \times (1-0.2) \times 1.0] \\ &= \Phi(-3.60) + \Phi(-2.40) \\ &= 1 - \Phi(3.60) + 1 - \Phi(2.40) \\ &= 2 - 0.999841 - 0.991802 \\ &= 0.008357 \end{aligned}$$

六、计数值特征的过程能力分析

这里的计数值只指计点值。某些过程质量特征往往难以用计量值数据来表示, 只能根据生产过程的单位产品缺陷数 (DPU) 分析过程质量的高低。当缺陷以随机方式出现时, 可以认为单位产品的缺陷服从泊松分布, 则单位产品出现 d 个缺陷的概率为:

$$P(x=d) = \frac{(DPU)^d e^{-DPU}}{d!}$$

当 $d=0$ 时, 表示产品无缺陷, 即一次送检合格率。一次送检合格率用 FTY (First Time Yield) 表示, 则 $FTY = P(x=0) = e^{-DPU}$

DPU 和一次送检合格率的关系可写成

$$DPU = -\ln(FTY)$$



对于某些生产过程,往往没有必要检测出所有缺陷,一旦发现产品质量缺陷即判定不合格(不返修),可由上述公式近似估计 DPU 。为了方便计算与交流, DPU 还可用 $DPHU$ (每百单位产品缺陷数) 表示:

$$DPHU = 100 \times DPU$$

DPU 虽然可以较好地反映过程质量,但不同复杂度产品的 DPU 不具备横向可比性。为了使不同复杂度的产品具备横向可比性,这里引入“缺陷机会”的概念,所谓“缺陷机会”,是指在生产过程中由于工人、机器或零部件等的原因可能对产品造成的缺陷的机会,一般来讲,过程越多,产品越复杂,产品可能出错的机会就越多,例如,在 PCB 板上插 10 个插件和 100 个插件,其缺陷机会肯定不同,前者为 10 个缺陷机会,后者为 100 个缺陷机会。百万缺陷机会缺陷数 (Defects Per Million Opportunities, DPMO) 就是考虑到不同复杂度产品缺陷机会后的规范化的指标,它可用于不同复杂度产品间的横向比较。

$$DPMO = \frac{DPU \times 10^6}{\text{单位产品平均缺陷机会数}}$$

$DPMO$ 的公式还可以具体表示成

$$DPMO = \frac{\text{总的缺陷数}}{\text{产品数} \times \text{机会数}} \times 10^6 \quad (5-12)$$

根据 DPU 和 $DPMO$ 可分析计数值质量特征的过程能力。需要指出的是,有些学者或企业使用 ppm (百万分之缺陷率) 作为衡量过程质量的指标,实际上 ppm 与 $DPMO$ 的概念是一致的。而 ppm 经常会使人误解,建议使用 $DPMO$ 指标。

例 5-6 打字员小李一天打了 100 张纸,每张 1200 个字,总共有 90 个错误,计算该过程的 $DPMO$ 。

解
$$DPMO = \frac{90}{100 \times 1200} \times 10^6 = 750$$

第四节 过程能力计算中的一些问题

一、过程能力评价

过程能力指数客观且定量地反映了过程能力满足公差范围的程度。过程能力指数越大,加工精度越高,相应的加工成本也会增加,因此在实际生产中,应根据过程能力指数的大小,对过程的加工能力进行分析和评价,并采取必要的措施,在保证产品质量的同时使成本最低。过程能力水平按 C_p 值可划分为五等 (表 5-2)。



表 5-2 过程能力指数 C_p 值的评价标准

级别	C_p	不合格品率 P (%)	过程能力评价
I	$C_p > 1.67$	$P < 0.00006$	过程能力过高, 应视具体情况而定
II	$1.67 \geq C_p > 1.33$	$0.006 > P \geq 0.00006$	过程能力充足
III	$1.33 \geq C_p > 1.00$	$0.27 > P \geq 0.006$	过程能力尚可
IV	$1.00 \geq C_p > 0.67$	$4.55 > P \geq 0.27$	过程能力不足
V	$0.67 \geq C_p$	$P \geq 4.55$	过程能力严重不足

对于目前流行的 6σ 过程质量而言, 它的 $C_p = 2$, $C_{pk} = 1.5$ 。因此在 $C_p > 1.67$ 时也应视具体情况而定, 随着竞争的加剧, 对于高质量、高可靠性的过程来讲, 甚至要求 C_p 达到 2 以上, 如航空工业和医疗事业都要求过程的 $C_p > 2$, 因此应视具体的行业而定, 对于一些精度要求低的行业, $1.00 \geq C_p > 0.67$ 也能满足要求, 因此, 不能一味的使用上表进行判定, 要视具体情况而定。

二、过程能力计算中应注意的几个问题

1. 要选取关键的质量特性

在进行过程能力分析前, 首先要选择过程的质量特性, 这时一定要选择关键的质量特性, 否则计算过程能力指数的意义就不大, 这是因为计算关键质量特性的过程能力指数才能有助于发现问题, 提高过程的加工能力, 而非关键质量特性对过程的影响不大, 计算它的过程能力指数意义不大。

2. 根据多变异分析确定合理的抽样方案

在进行过程能力分析时, 应首先通过多变异分析确定 3 种变异的大小, 保证抽样方案能捕获主要的变异。

如主要变异为产品内变异 应在一个产品中多选几个测量点, 如果产品内的变异很大, 应增加产品内测量点的个数。当不知道产品内是否存在变异时, 通常选取 3~5 个点。

如主要变异是产品间变异 应注意连续多抽几个产品, 一般每次至少抽取 3 个产品, 如果产品间变异很大, 就增加抽样个数, 通常选 5~10 个样本。

如时间变异较大 应注意多选几个时间段并适当缩短抽样间隔期。

3. 样本含量问题

有些一线质量人员在计算过程能力指数时, 为了节省抽样时间, 只抽十几个或几十个观测数据就计算过程能力指数。当然, 若抽样是破坏性的, 样本含量只能取得少一些。但样本含量太小会带来以下几个问题。



样本含量小于 30 时 难以判定数据分布的正态性,也很难说明抽样时过程是否处于稳定或受控状态。

样本含量太小 很难保证抽样能捕获主要的随机性变异,若存在某一个或几个超常值,可能对结果产生重要影响,会扭曲过程能力指数。

在小样本条件下计算出的 C_p 值可能和实际值有很大的偏差,因此,有些统计质量专家极力反对在小样本条件下计算过程能力指数。

4. 过程的稳定性

有些工程师在收集数据后,不检查过程是否稳定,直接进行过程能力分析是不正确的,在过程不稳定的情形下计算 C_p 和 C_{pk} 没有任何意义。收集数据后,应采用控制图分析过程是否稳定,常用的控制图有: $\bar{X}-R$ 控制图; $\bar{X}-s$ 控制图; $X-MR$ 控制图。若过程不稳定,应查找原因,排除异常原因后,再重新进行抽样。

5. 数据分布的正态性问题

有些工程师在计算过程能力指数时,根本不对数据分布进行检查,而根据样本数据的均值和标准差直接计算过程能力指数,这是不对的。得到样本数据后,首先要检查数据是否为正态。通常采用 3 种方式检验正态性,它们分别是: Anderson-Darling, Ryan-Joiner (与 Shapiro Wilk 检验类似) 和 Kolmogorov-Smirnov。判定正态性的原因在于以下两个方面: a. 计算过程能力指数的目的在于估计过程出现不合格品的概率,这一估计是建立在数据分布为正态这一基础之上的; b. 对于一般工艺过程,当过程处于受控状态时,根据中心极限定理,以计量值数据表示的质量特征值应服从正态分布,因此,正态性检验也可以进一步验证过程是否处于受控状态,若过程严重失控,此时计算过程能力指数是毫无意义的。对于某些由于特殊的工艺原因导致数据分布非正态的情况,可能通过一些转换方法尽量把数据转换成正态,常用的变换是 Box-Cox 转换,鉴于篇幅所限,本书不详细讨论数据转换问题,有兴趣的读者可参阅有关的统计文献。

6. 超常值问题

在抽样的过程中,难免会发现有些抽样数据明显与其他数据不同,我们称其为超常值。超常值的存在会对过程能力的计算带来严重影响。首先,超常值的存在会影响到数据分布正态性;其次,超常值会对样本均值和标准差带来很大影响,使它们严重失真。因此,在计算过程能力指数前,应通过数据分布检查有无超常值存在,一旦发现超常值,首先要追踪其原因,找到导致超常值的原因后,应将超常值剔除,若找不到导致超常值的原因,不能随



便剔除数据。

7. 数据的独立性问题

本书介绍的过程能力计算和分析的方法是基于过程数据是独立的这一假设基础之上的, 因此, 在计算过程能力指数时, 要检查过程抽样数据是否与抽样时间顺序有关, 如绘制趋势图和计算自相关系数来确定数据的独立性。

8. 测量系统能力问题

过程质量特征值的变异一方面是由于过程本身的波动造成的, 另一方面也可能是由于测量系统精度欠佳造成的, 因此, 过程质量特征值的总变异可表示为

$$\sigma_{\text{总}}^2 = \sigma_{\text{工序}}^2 + \sigma_{\text{测量}}^2$$

在进行过程能力分析前, 应进行测量系统分析, 以确保过程质量特征值的变异源于过程本身, 而不是源于测量仪器精度不够或工人测量方法等方面的问题。

思考与练习 5.

- 为什么要进行过程能力分析? 如何评价过程能力? 它是否稳定? 过程能力分析能够为你做些什么?
- 为什么多变异分析能为过程能力分析提供合理的抽样方案?
- 计算过程能力指数时应满足什么条件?
- 怎样计算 C_p 和 C_{pk} , 它们之间有何关系?
- 根据表 5-3 提供的数据计算 C_p 和 C_{pk} 。

表 5-3

序号	公差		过程		C_p	C_{pk}
	目标值	容差	均值	标准差		
1	16	± 0.02	15.990	0.005		
2	10	± 0.03	9.98	0.01		
3	8	± 0.2	8.05	0.04		

- 某过程加工一零件, 其公差上限为 1.50cm, 下限为 1.10cm, 抽取 16 个样本, 每个样本含量为 5, 数据如表 5-4。如果这些数据是在短期收集的, 试用不同的方法计算 C_p , C_{pk} ; 如果这些数据是在长期收集的, 试计算 P_p 和 P_{pk} 。



表 5-4

样本	X_1	X_2	X_3	X_4	X_5
1	1.25	1.30	1.25	1.25	1.45
2	1.35	1.45	1.35	1.45	1.25
3	1.35	1.40	1.40	1.30	1.35
4	1.20	1.30	1.30	1.35	1.25
5	1.30	1.35	1.25	1.40	1.45
6	1.20	1.35	1.35	1.45	1.30
7	1.35	1.40	1.25	1.35	1.30
8	1.20	1.30	1.40	1.35	1.35
9	1.25	1.40	1.45	1.45	1.35
10	1.20	1.30	1.20	1.40	1.25
11	1.40	1.35	1.50	1.10	1.40
12	1.35	1.40	1.35	1.40	1.25
13	1.45	1.35	1.45	1.25	1.30
14	1.30	1.30	1.35	1.35	1.30
15	1.25	1.30	1.45	1.35	1.20
16	1.50	1.40	1.40	1.35	1.45

- 某公司一个月共开出 2000 张单据, 每张各有 16 处要填写, 其中共有 10 次出现了错误, 计算该过程的 DPMO 和 Sigma 水平。
- 求 $C_p = 0.9$, $k = 0.3$ 时的不合格品率。
- 简述过程能力分析的流程。
- 过程能力分析时应注意哪些问题?

